

Erős korreláció kétdimenziós elektronrendszerekben

MTA doktori értekezés tézislevele

Tóke Csaba



M Ű E G Y E T E M 1 7 8 2

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem
Elméleti Fizika tanszék

Budapest, 2017

Bevezetés

1. A kutatás előzményei

Kétdimenziós elektronrendszerek korrelált és erősen korrelált állapotainak tanulmányozása majdnem négy évtizedes múltra tekint vissza. (Ebben az értekezésben az *erős* korreláció terminust azoknak az állapotoknak tartom fenn, amelyek nem tárgyalhatók átlagtér-közelítésben.) Kísérleti téren a tört kvantált Hall effektus felfedezése hozott áttörést [Tsui et al., 1982]. Bizonyosodott, hogy ez az állapot erősen korrelált elektronfolyadék [Laughlin, 1983], amelynek rendezettsége topologikus jellegű, a Landau-féle rendparaméter fogalmával nem jellemezhető. E folyadék egzotikus tulajdonságaira példa az elemi töltött gerjesztések tört töltése ($\pm e/3$ az elsőként felfedezett $\nu = 1/3$ betöltési számhoz tartozó állapotban), és tört fonási statisztikája. Azóta mintegy 80 tört kvantált Hall állapotot fedeztek fel különféle félvezetőkben (GaAs/AlGaAs [Tsui et al., 1982], Si/SiGe [Lu et al., 2012], ZnO/MgZnO [Tsukazaki et al., 2010], CdTe/CdMgTe [Piot et al., 2010] heterostrukturákban és grafénben [Du et al., 2009, Bolotin et al., 2009, Dean et al., 2011, Feldman et al., 2012, Feldman et al., 2013, Amet et al., 2015, Lin et al., 2014]). A törtek többségére sikerült Laughlinéhoz hasonló variációs jellegű korrelált folyadék-modellt alkotni [Jain, 1989], de néhánynak ma sincs egyértelműen verifikált magyarázata.

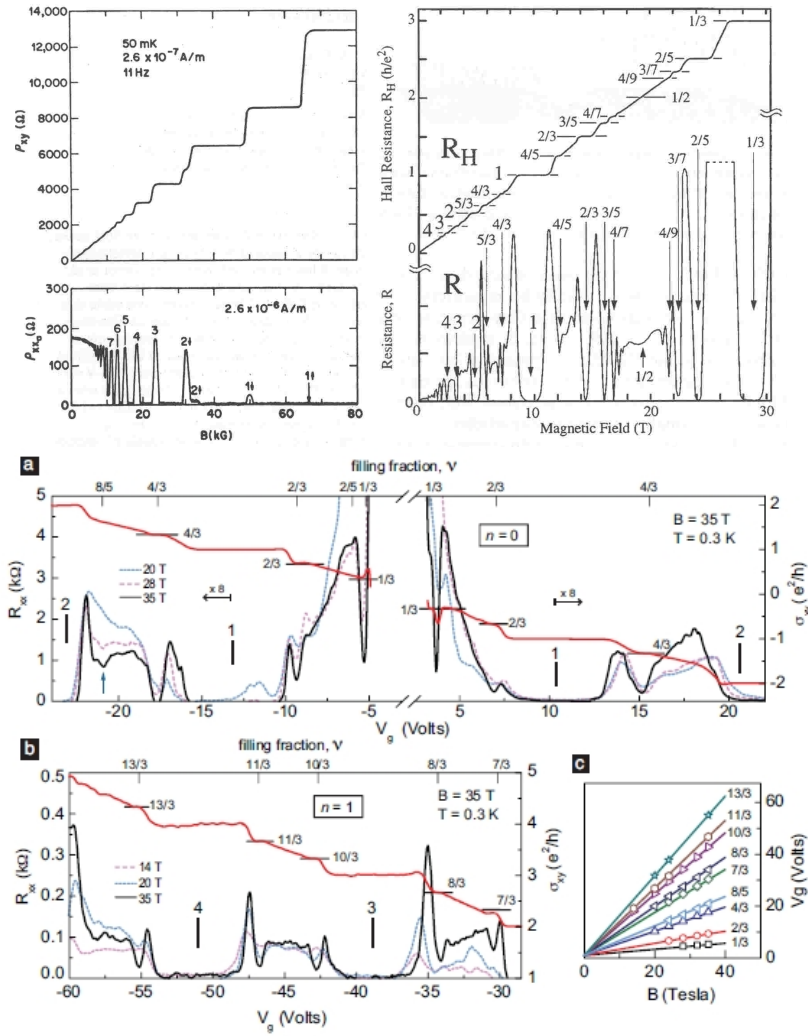
Nagyon érdekes, a korábbiaktól lényegesen eltérő megvalósítása a kétdimenziós elektronrendszernek a grafén [Novoselov et al., 2005, Zhang et al., 2005] és ennek néhány réteget tartalmazó variánsai [Novoselov et al., 2006, Bao et al., 2011, Zou et al., 2013], melyeknek tanulmányozása ma már a fizika kiforrott területe. Ezek tiltott sáv nélküli (egyréteg) ill. hangolható tiltott sávval rendelkező (két- ill. háromréteg) félvezetők könnyen dőpolhatók kapuelektrodák segítségével, völgydegenerációt és szokatlan diszperziójú alacsonyenergiás állapotokat tartalmaznak. Lehetséges továbbá grafén síkok és egyéb félvezetők (hatszöges bór nitrid, Al_2O_3) felhasználásával újszerű heteroszerkezeteket kialakítani. A régebb óta ismert effektusok grafénben megnyilvánuló változatai mellett fellépnek újak is, pl. a sebesség-renormálás és emiatt az egyrétezcsek és sokrétezcsek effektusok versengése [González et al., 1999, Chae et al., 2012].

Magam 2004-ben PhD hallgatóként léptem be erre a területre, amit azóta változó partnerekkel művelek. A grafén kutatásával Magyarországon sokan foglalkoznak – így Tapasztó Levente, Bíró László, Cserti József, Kürti Jenő, Dóra Balázs, Virosztek Attila, Csonka Szabolcs, Simon Ferenc és munkatársaik –, de az erősen korrelált fázisok kutatása ebben a kontextusban kevésbé művelt terület. A tört kvantált Hall effektus kutatásával kapcsolatosan nem tudok magyarországi precedensről. Mivel a terület nem új, a tudományos közösség a fennmaradó megoldatlan esetekre, és a pontosabb kísérletek által felvetett problémákra koncentrál. Ezért ez az értekezés egymással hol szorosabb, hol lazább kapcsolatban álló rész kérdésekhez tett hozzájárulásaimat tartalmazza.

2. A téma ismertetése

Az egész kvantált Hall effektus lényege [Klitzing et al., 1980], hogy ha kétdimenziós mintában a Hall-ellenállás (R_{xy}) lefutását kellően alacsony hőmérsékleten a külső mágneses tér (B_\perp) függvényében vizsgáljuk, akkor a szemiklasszikus dinamika által jóslott $R_{xy} = B_\perp/(nec)$ egyenest vízszintes platók dekorálják $h/(e^2f)$ értékeknél, ahol f egész; a plató közepén a hosszanti ellenállás (R_{xx}) nagyságrendeket csökkenve nulla közelébe esik (1(a) ábra).

A Tsui, Störmer és Gossard által felfedezett tört kvantált Hall effektus (THKE) fenomenológiája az egész kvantált Hall effektushoz hasonló, azonban bizonyos $\nu = p/q$ racionális tört betöltések környékén lép fel [Tsui et al., 1982]; a kvantált platók értéke $R_{xy} = h/(e^2\nu)$



1. ábra. Az egész (a) és a tört (b) kvantált Hall effektus a konvencionális kétdimenziós elektrongázban. (c) A tört (b) kvantált Hall effektus grafénben. A képek forrása [Paalanen et al., 1982, Stormer, 1999, Dean et al., 2011].

(1(b) ábra). q néhány kivételtől eltekintve páratlan, és a legtöbb Hall plató a legalacsonyabb Landau-szint részleges betöltésének felel meg.

A tört kvantált Hall állapotok sorozatokba rendezhetők: $\nu = m/(2pm \pm 1)$, ahol p és m pozitív egész; $\nu = 2 - m/(2pm \pm 1)$ és teljesen spinpolarizált mintákban $\nu = 1 \pm m/(2pm \pm 1)$ részecske-lyuk transzformációval ill. a Landau-szintek spin szerinti felhasadásával e törtekkel kapcsolatba hozható. Az ilyen tört kvantált Hall állapotokat erősen korrelált elektronfolyadékként, kompozit fermionok egész kvantált Hall állapotaként értelmezzük [Jain, 1989].

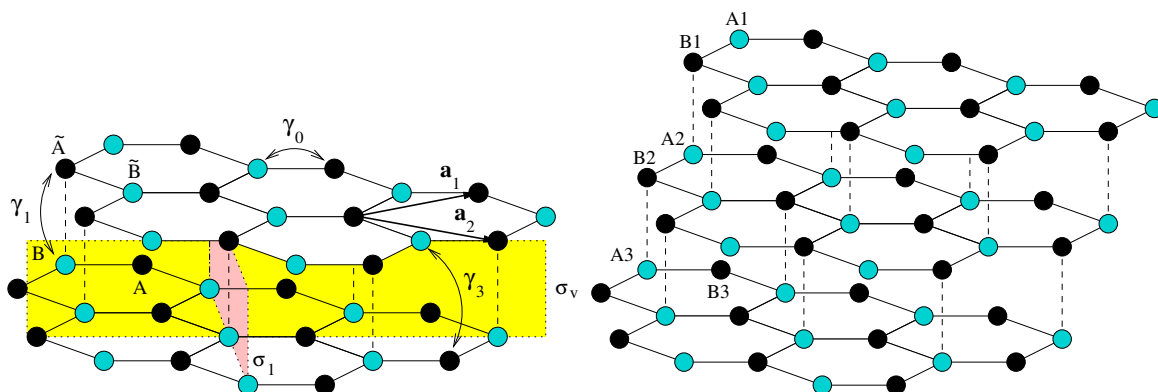
Grafénben (1(c) ábra) a tört kvantált Hall effektus nagy vonalakban hasonló, mint a konvencionális kétdimenziós elektrongázban, azonban van pár eltérés. Hiányoznak a $\nu = \pm 5/3$ törtek, pedig ezek törtek a központi $n = 0$ Landau-szint $1/3$ -os betöltésének felelnek meg. Ugyanakkor $\nu = \pm 1/3$ jelen van. Nagyszámú tört kvantált Hall állapot lép fel a $|n| = 1$ Landau-szinteken. Mivel grafénben a spin mellett völgy pseudospin szabadsági fok is jelen van, elképzelhetők négykomponensű kvantált Hall rendszerek, közelítő $SU(4)$ szimmetriával. A jelenlegi kísérleteket két komponenssel kielégítően értelmezni lehet, de tisztább rendszerekben

lehet rá esély, hogy kisebb mágneses tér (alacsonyabb Zeeman-energia) mellett végezzünk megfigyeléseket.

Vannak tört kvantált Hall állapotok, amelyekre ezek a magyarázatok nem érvényesek. A legfontosabb közülük a második ($n = 1$) Landau-szinten található $\nu = 5/2$ állapot, amely 1987 óta ismert [Willett et al., 1987], sokszorosan reprodukált, robosztus tört kvantált Hall állapot. Viszonylag meggyőző bizonyítékok vannak továbbá a $\nu = 2 + 3/8$ állapot mellett [Xia et al., 2004, Pan et al., 2008, Choi et al., 2008]. Mivel a kompozit fermion-elmélet nem ad páros nevezőjű állapotokat, e két állapot mindenképpen új elméletet igényel. Bár a $\nu = 7/3$ és $\nu = 8/3$ állapotok értelmezhetők a $n = 1$ Landau-szint $\nu = 1/3$ és $\nu = 2/3$ Laughlin illetve kompozit fermion állapotaiként, a numerikus eredmények bizonytalanok, a kísérleti adatok anomálisak.

A második Landau-szint állapotai jelenleg rendkívül intenzív kutatás tárgyát képezik. Ennek fő oka az, hogy a $\nu = 5/2$ magyarázatára szolgáló, jelenleg legjobban, bár korántsem konklúzívan confirmált modell a Pfaff-állapot [Moore and Read, 1991] nemábeli fonási statisztikájú gerjesztésekkel rendelkező topologikus fázis, amely utat nyíthat topologikusan védett kvantumszámítógépek létrehozásához [Das Sarma et al., 2005, Stern and Halperin, 2006, Nayak et al., 2008].

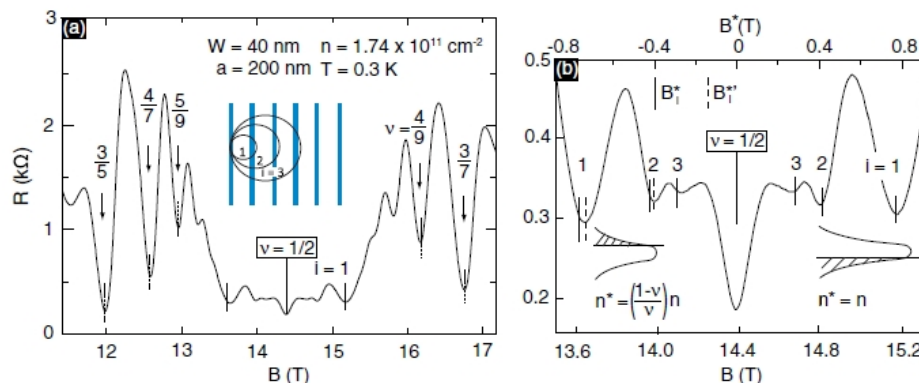
A $n \geq 2$ indexű Landau-szinteken nem figyeltek meg tört kvantált Hall effektust. Részben elméleti [Fukuyama et al., 1979, Koulakov et al., 1996, Fogler et al., 1996], részben kísérleti [Lilly et al., 1999, Du et al., 1999, Pan et al., 1999, Cooper et al., 1999, Eisenstein et al., 2002] megfontolások alapján úgy gondoljuk, hogy itt töltéssűrűség-hullámok alakulnak ki. Mindazonáltal a töltéssűrűség-hullámok kialakulására jelenleg csak közvetett bizonyítékaink vannak.



2. ábra. (a) A kétrétegű grafén kristályszerkezete Bernal-pakolásban. Az alsó (felső) réteg méhsejtrácsának nem ekvivalens rácspontjait A, B (\tilde{A}, \tilde{B}) jelöli. (b) Az ABC pakolású (rombos, királis) háromrétegű grafén szerkezete, az alrácscok feltüntetésével.

A két-, három- vagy négyrétegű grafén rendszerek még mindig effektíve kétdimenziós elektromágneses hordoznak. A 2. ábra az AB (Bernal) pakolású kétréteget [Novoselov et al., 2006] és az ABC pakolású (királis, rombos) háromréteget [Bao et al., 2011, Zou et al., 2013] mutatja. Az alrácscsoport miatt egy elemi cellában négy ill. hat szénatom van, ami a π elektronpályákból négy ill. hat sávot alakít ki. Mágneses térbe helyezve nulla energián (a vezetési és vegyértéksávok eredeti érintkezési pontjával azonos energián) olyan Landau-szint alakul ki, amely a spin- és völgydegeneráción túl pályadegenerációt mutat: AB esetben az $n = 0, 1$, ABC esetben az $n = 0, 1, 2$ Landau-pályák kerülnek közel azonos energiára. Ez megnyitja pályakoherens (különböző indexű pályák lineárkombinációját használó) állapotok kialakulásának

lehetőségét.



3. ábra. Geometriai interferencia-kísérlet kompozit fermionok Fermi-hullámszámának meghatározására. A jobb panelen a folytonos függőleges vonalak az elektron-kép, a szaggatottak a lyuk-kép alapján várt rezonancia helyét jelölik. A kép forrása [Kamburov et al., 2014b].

A közelmúltban [Kamburov et al., 2014a] nagy pontossággal meghatározták a kompozit fermionok Fermi-hullámszámát periodikus külső sűrűségmodulációval való kommenzurabilitás okozta rezonancia mérésén keresztül (3. ábra). Úgy találták, hogy a Fermi-hullámszámot a kisebbségi töltéshordozók száma határozza meg a Landau-szinten belül: $\nu < 1/2$ esetén az elektronok, $\nu > 1/2$ esetén a lyukak sűrűsége. Ez a megfigyelés kihívás az elmélet számára, amelynek társszerzőimmal külön tanulmányt szentelünk. A kísérleti technikai fejlődésével további felfedezések várhatók ezek a területen.

3. Célkitűzések

A céljaim a fent vázolt kihívásokkal kapcsolatosak. Mivel alapvetően kísérleti kihívásokra reagálnak, mellérendelt viszonyban állnak egymással.

1. Értsük meg kétrétegű grafén viselkedését alacsony energián. Túlél-e az elektrondiszperzió háromszöges torzulása okozta Lifsic-fázisátalakulás az elektron-elektron kölcsönhatás jelenlétében? Okoz-e a kölcsönhatás más jellegű szimmetriasértést alacsony energián, a töltésszemlegesség közelében?
2. Milyen kvantált Hall ferromágneses állapotok lépnek fel többretegű grafénben? Mi a pályadegeneráció szerepe a vezetési és vegyértéksáv határára eső nulla energiájú Landau-szinten? Mi a völgy szabadsági szerepe? Mi a részecske-lyuk szimmetria szerepe, sérülhet-e ez a szimmetria a kölcsönhatás miatt?
3. Milyen szimmetriasértő fázisokat alakít ki a kölcsönhatás párhuzamos grafén síkok között, ha kihasználjuk azt a újabb heteroszerkezetek nyújtotta lehetőséget, hogy a rétegek távolságát a mágneses hossz közelébe vagy az alá is le lehet vinni?
4. Milyen a tört kvantált Hall állapotok szerkezete grafénben? Milyen a spinpolarizációjuk? Várható-e olyan tört állapotok megjelenése, amelyek nem illenek az ismert sorozatokba? Milyenek a gerjesztéseik? Milyenek a köztük elhelyezkedő gap nélküli állapotok?

5. Mi a második Landau-szint tört kvantált Hall állapotainak magyarázatára javasolt nem-ábeli modellek érvényességi tartománya? Hogyan viszonyulnak e modellek igazolására felhasznált modellkölsönhatások sajátállapotai a reális Coulomb-kölsönhatás állapotaihoz? Mi az egyes modellek igazolására felhasznált érvek (pl. adiabatikus összeköttetés) érvényességi köre?
6. Hogyan magyarázzuk mikroszkópiusan a legalacsonyabb Landau-szint feles betöltése környékén nagy pontossággal kimért Fermi-hullámszámok [Kamburov et al., 2014b] sűrűségfüggését? Hogyan viszonyul ez az eredmény a Landau-szinten belüli részecske-lyuk szimmetriához? Mit tudunk mondani arról a közelmúltban felkapott elképzelésről, hogy a kompozit fermionok tömegtelen Dirac-fermionok [Son, 2015]?

4. Módszerek és eljárások

A kutatás elméleti jellegű.

A kvantált ferromágnesesség és töltéssűrűség-hullámok kialakulása kielégítően tárgyalható a Hartree-Fock átlagtérelmélet keretében. Kétrétegű grafén alacsony energiás viselkedéséhez a perturbatív renormálási csoport módszert alkalmazzuk.

Erősen korrelált rendszerek esetében elkerülhetetlen numerikus módszerek alkalmazása. Ebben az értekezésben döntően két ilyen módszert használok: kis rendszerek egzakt diagonalizációját és a variációs Monte Carlo módszert. A két módszer kiegészíti egymást: egzakt diagonalizációval csak korlátozott mértékben tehetők kísérleti előrejelzések; igazolhatók viszont azok a variációs elméletek, amelyekkel nagyobb rendszerek számolhatók, releváns kísérleti előrejelzések tehetők, amelyeknek fogalmaiban a kísérletek értelmezhetők.

Mind az egzakt, mind a variációs számolásokhoz kompakt geometriára van szükség. A mágneses térbe helyezett elektronrendszer modellezését a Haldane gömbön [Haldane, 1983] és a tóruszon röviden ismertetem az értekezésben. Használok továbbá az ún. kompozit fermion diagonalizáció módszerét, ami a paraméterek nélküli variációs hullámfüggvények perturbációs jellegű javításaként fogható fel.

Új tudományos eredmények

5. A disszertáció tézispontjai

1. Kétrétegű grafénben vizsgáltuk a spektrum háromszöges torzulásának és az elektron-elektron kölcsönhatásnak viszonyát külső mágneses tér nélkül [1]. A kétsáv-modell keretein belül levezettük a renormálási csoport egyenleteket. Az alacsony energiájú fizikát néhány nem ismert mikroszkópikus konstans határozza meg a kétsáv-modell érvényességének felső határán. A kezdeti feltételek széles tartományában $C_{6v} \rightarrow C_{2v}$ szimmetriasértést találtunk, ami együtt jár az egyrészecskes spektrum topológiájának megváltozásával. Elsőrendű kvantum-fázisátalakulást jósoltunk az elektronsűrűség függvényében. Ez az átalakulás megfigyelhető a vezetőképesség hiszterézisén keresztül a sűrűség függvényében a töltésszemlegességi pont közelében, ha a sűrűség kellő finomsággal hangolható.
2. Kiszámoltam a dőpolatlan kétrétegű grafén gerjesztési spektrumát a kvantált Hall tartományban átlagtér-közelítésben, ha a rétegek közötti potenciális energia-különbséget merőleges elektromos térrel hangoljuk [2]. A kollektív gerjesztési módus, amely az $n = 0, 1$ Landau-pályákat megőrző átmenetek páros lineáris kombinációjának felel meg, hosszúhullámú instabilitást okoz, amely a merőleges elektromos tér függvényében kompresszibilis tartományt illeszt be a két kvantált Hall ferromágnes közé. Kidolgoztam a nulla hőmérsékletű fázisdiagramot a mágneses tér és a rétegek közötti feszültség függvényében.
3. Kvantált Hall ferromágneses állapotokat vizsgáltam királis (rombos) többrétegű grafén (AB, ABC, ABCA, stb. pakolás) nulla energiájú Landau-szintjén [3]. Megmutattam, hogy a teljesen betöltött valencia-Landau-szintekkel vett kicserélődési kölcsönhatás figyelembe vételével a részecske-lyuk szimmetria fennáll, szemben a korlátozott átlagtér-közelítésben levezetett Hund-szabályokkal [Barlas et al., 2008, Barlas et al., 2010, Côté et al., 2010a, Côté et al., 2010b, Barlas et al., 2012, Zhang et al., 2012, Côté et al., 2012]. Ha a ν betöltési szám egész, de nem többszöröse a rétegszámnak, pályakoherens állapotok alakulnak ki $U(1)$ szimmetriával. A pályakoherencia véges hőmérsékleten Berezinskij-Kosterlitz-Thouless típusú fázisátalakulás során tűnik el. E hőmérséklet alatt orbitális Goldstone módus megjelenése várható. Kétrétegnél $\nu = \pm 3, \pm 1$, ABCA négyrétegnél $\nu = \pm 2, \pm 6$ betöltéseknél a mágneses tér függvényében Ising-típusú átmenet történik egy $Z_2 \times U(1)$ szimmetriájú állapotba.
4. Megmutattam [4], hogy a grafén-hatszöges bór nitrid-grafén heterostruktúrákban megvalósított kétdimenziós elektrongáznak merőleges mágneses térben számos a rétegek között csatolt töltéssűrűség-hullám állapota van, és ennek a rendeződésnek kritikus hőmérséklete a kísérletileg elérhető tartományban van. Megadtam a nulla hőmérsékletű fázisdiagramot. Kiszámoltuk az elektronrendszer kompresszibilitását is ebben a tartományban. Ezek a jelenségek mind transzport-, mind kompresszibilitás-mérésekben tanulmányozhatók.
5. Grafénben, ahol a merőleges mintavastagság hatása nem játszik szerepet, kiszámoltuk a tört kvantált Hall effektus spinpolarizációs fázisdiagramját a rendezetlenség elhanyagolásával, a Landau-szintek keveredése nélkül, illetve annak elsőrendű közelítésével [5]. Feldman *et al.* [Feldman et al., 2013] kísérleti eredményei nagyszerűen egyeznek a Landau-szintek keveredése *nélküli* elmélettel, de az egyezés elromlik, ha elsőrendű perturbációs számítással figyelembe vesszük ezt az effektust, ami elsősorban az elsőrendű közelítés korlátait mutatja. Kielemeztük az irodalomban a legalacsonyabb Landau-szintre

történő vetítés módjainak pontosságát. Szigorúbb számolással megerősítettük [6] azt a korábbi eredményt [Park and Jain, 1999], hogy a négyörvényes $\nu = m/(4m + 1)$ állapotoknál nincsenek spinátmenetek, $\nu = m/(4m - 1)$ betöltésnél ellenben lehetségesek.

6. Egzakt diagonalizáció és a kompozit fermion modell kombinációjával megmutattuk, hogy grafén $|n| = 1$ Landau-szintjén a $\nu^{(1)} = m/(2m \pm 1)$ relatív betöltési szám sorozatba tartozó tört kvantált Hall állapotok teljesen spinpolarizáltak a Zeeman-energia értékétől függetlenül, ellentétben a $n = 0$ szint esetével [6]. Ezek az állapotok is jól leírhatók kompozit fermionokkal, de azok kölcsönhatása nem hanyagolható el; a teljes spinpolarizáció a kompozit fermionok közötti kicserélődési kölcsönhatás következményeként értelmezhető. Megbecsültük a Landau-szintek keveredésének hatását is; megmutattuk, hogy az alapállapot spinpolarizációján ez nem változtat.
7. Grafén $|n| = 1$ Landau-szintjén kiértékelünk három semleges gerjesztési módust a spinpolarizált tört kvantált Hall állapotokban $\nu^{(1)} = m/(2m \pm 1)$ relatív betöltésnél, a spinmegőrző excitonokét, a spin-fordító excitonokét, és a spinhullámokét [6]. Amíg a spinmegőrző excitonok diszperziója hasonló a $n = 0$ szintbeli állapotokéhoz, a spin-fordító excitonok a $|n| = 1$ szinten nem mutatnak Zeeman-energia közeli roton-minimumot, és a spinhullámok diszperziója nem megy a Zeeman-energia alá. Ez további érv az alapállapot teljes polarizációjára mellett. A 6. tézissel kombinálva kétsége vontuk, hogy a tört kvantált Hall állapotok gyengülése döntött térrel elért nagy Zeeman-energia esetén Amet *et al.* kísérletében [Amet et al., 2015] spinátmenet kezdeteként lenne értelmezhető.
8. Kiértékelünk több erősen korrelált állapot energiáját grafén $|n| \leq 1$ Landau-szintjeinek feles és negyedes betöltésénél [7]. Mind a Pfaff-állapot, mind a „hollow-core” állapot biztonsággal kizárható. A kompozit fermionok Fermi-tengere típusú állapotok viszont relevánsak. Külső szimmetriasértő tér nélkül az SU(4) szinglett állapot energiája a legkisebb $\nu^{(0)} = 1/2$ relatív betöltésnél. Ha bekapcsoljuk a Zeeman-teret vagy az alrácsok energiája valamilyen okból különböző, részlegesen spinpolarizált állapotokon keresztül végül eljutunk a teljesen polarizált Fermi-tengerig. $\nu^{(0)} = 1/4$ -nél a teljesen polarizált állapot energiája alacsonyabb az SU(4) szinglett állapotánál, de a különbség nem jelentős, ezért egyértelmű konklúzió nem vonható le. $\nu^{(1)} = 1/2$ -nél és $\nu^{(1)} = 1/4$ -nél viszont egyértelmű, hogy a kompozit fermionok Fermi tengere teljesen spinpolarizált még nulla Zeeman-energia mellett is.
9. Kiszámoltuk a tört kvantált Hall állapotok gerjesztéseit grafén $n = 0$ Landau-szintjén az SU(4) szimmetrikus határesetben $\nu^{(0)} = 2/5, 3/7$ és $4/9$ relatív betöltéseknél [8]. Megmutattuk, hogy az $\nu^{(0)} = 2/5$ és $3/7$ betöltéseknél a tört kvantált Hall állapotok gapje lényegesen lecsökken a SU(2) esethez képest egy új SU(4) Goldstone módus megjelenése miatt.
10. Tanulmányoztuk kompozit fermionok lehetséges *tört* kvantált Hall effektusát többkomponensű rendszerekben [9] (ellentétben kompozit fermionok *egész* kvantált Hall effektusával, ami a szokásos tört kvantált Hall állapotok magyarázata). Kimerítő katalógusát adtuk erősen korrelált állapotoknak és ezek energiájának számos törtnél. Kiszámoltuk az azonos betöltési számnál előforduló állapotok közötti átmenetek kritikus Zeeman-energiáját. Kielégítő kvantitatív egyezést találtunk Yeh *et al.* [Yeh et al., 1999] heterostrukturákon végzett régebbi, és Liu *et al.* frissebb kísérleteivel [Liu et al., 2014, Liu et al., 2015].

11. A $\nu = 5/2$ tört kvantált Hall effektusban a Landau-szintek keveredésének Bishara-Nayak-féle perturbatív modelljének és egzakt diagonalizáció kombinációjával megmutattuk [10], hogy a Landau-szintek keveredése a Pfaff-állapotot stabilizálja, előnyben részesíti az anti-Pfaff állapottal szemben. A fázisdiagram egy kísérletileg elérhető részében a Pfaff-modell pontosan leírja nemcsak az alapállapotot, hanem a semleges és töltött gerjesztéseket is.
12. Kidolgoztuk a Pfaff-modell igazolására használt rövidtávú háromtest-potenciállal kölcsönható fermionok fázisdiagramját a legalacsonyabb Landau-szinten [11]. A fázisdiagram egy széles tartományában kompozit fermionok alakulnak ki, annak ellenére, hogy ezt a modellt a taszító párkölcsönhatás esetére dolgozták ki. Ebben a tartományban a kompozit fermion modell hasonlóan részletes leírását adja az alacsony energiás fizikának a háromtest-kölcsönhatás esetében, mint a Coulomb kölcsönhatás esetében.
13. Kidolgoztuk a kétosztatú kompozit fermion modellt [12, 13]. Megmutattuk, hogy e modell pontos leírását adja erős külső mágneses térben mozgó töltött fermionoknak számos betöltési számnál, ha azok egyfajta rövidtávú háromtest-kölcsönhatással hatnak kölcsön. Továbbá, modellünk kielégítően közelíti az egzakt Coulomb alapállapotot $\nu = 2 + 3/5$ és $\nu = 2 + 4/7$ betöltéseknél, ezért a belőlük Landau-szinten belüli részecske-lyuk konjugációval kapott állapotok plauzibilis leírását adják a $\nu = 2 + 2/5$ és $\nu = 2 + 3/7$ betöltéseknél megfigyelt tört kvantált Hall effektusnak [Choi et al., 2008, Pan et al., 2008, Pan et al., 1999, Xia et al., 2004].
14. Kielemeztünk egy konkrét példát arra, hogy adiabatikusan összekötött gappal védett tört kvantált Hall alapállapotok (a kompozit fermion állapot $\nu = 2/5$ -nél és az ún. Gaffnian állapot) eltérő topológiájú gerjesztésekkel rendelkezhetnek [14]. A Hamilton-operátor folyamatos deformációja közben az erősödő Coulomb-kölcsönhatási rész gapet nyit a Gaffnian kvázilyukak sávjában; a gap alatti állapotok egy-az-egyhez megfeleltethetők kompozit fermion kvázilyukaknak.
15. Beláttuk, hogy a kompozit fermion elméleten belül elektronokból és lyukakból származtatott $\nu = m/(2m \pm 1)$ kompozit fermion állapotok azonosak, a két kiindulópont lényegében ekvivalens [15]. Meghatároztuk a kompozit fermionok Fermi-hullámszámát $\nu = 1/2$ közelében, és azt találtuk, hogy az közel van $\sqrt{4\pi\rho_e}$ és $\sqrt{4\pi\rho_h}$ közül a kisebbikhez, ahol ρ_e az elektronok, ρ_h a lyukak sűrűsége a Landau-szinten belül. Ez összhangban van Kamburov *et al.* [Kamburov et al., 2014a] kísérleti eredményeivel. Elektronokból származó kompozit fermionok esetében ez azt jelenti, hogy Luttinger tétele $\nu < 1/2$ esetében enyhén, $\nu > 1/2$ esetben erősen sérül. Pontosan $\nu = 1/2$ -nél eredményeink azt mutatják, ha nem is bizonyítják, hogy a Fermi-momentum kicsit (pár százalékkal) különbözik a Luttinger-tétel által jósolt $\sqrt{4\pi\rho_e}$ értéktől. Megmutattuk továbbá, hogy a Fermi-hullámszám függhet a Landau-szintek keveredésének mértékétől.

A tézispontokhoz tartozó tudományos közlemények

- [1] Lemonik, Y., Aleiner, I. L., Tóke, C., and Fal'ko, V. I. (2010). Spontaneous symmetry breaking and lifshitz transition in bilayer graphene. *Phys. Rev. B*, 82:201408.
- [2] Tóke, C. and Fal'ko, V. I. (2011). Intra-landau-level magnetoexcitons and the transition between quantum hall states in undoped bilayer graphene. *Phys. Rev. B*, 83:115455.

- [3] Tóke, C. (2013). Particle-hole symmetry and bifurcating ground-state manifold in the quantum hall ferromagnetic states of multilayer graphene. *Phys. Rev. B*, 88:241411.
- [4] Tóke, C. and Fal'ko, V. I. (2014). Charge-density-wave states in double-layer graphene structures at a high magnetic field. *Phys. Rev. B*, 90:035404.
- [5] Balram, A. C., Tóke, C., Wójs, A., and Jain, J. K. (2015b). Fractional quantum hall effect in graphene: Quantitative comparison between theory and experiment. *Phys. Rev. B*, 92:075410.
- [6] Balram, A. C., Tóke, C., Wójs, A., and Jain, J. K. (2015c). Spontaneous polarization of composite fermions in the $n = 1$ landau level of graphene. *Phys. Rev. B*, 92:205120.
- [7] Tóke, C. and Jain, J. K. (2007). Theoretical study of even denominator fractions in graphene: Fermi sea versus paired states of composite fermions. *Phys. Rev. B*, 76:081403.
- [8] Tóke, C. and Jain, J. K. (2012). Multi-component fractional quantum hall states in graphene: $Su(4)$ versus $su(2)$. *J. Phys.: Condens. Matter*, 24:235601.
- [9] Balram, A. C., Tóke, C., Wójs, A., and Jain, J. K. (2015d). Phase diagram of fractional quantum hall effect of composite fermions in multicomponent systems. *Phys. Rev. B*, 91:045109.
- [10] Wójs, A., Tóke, C., and Jain, J. K. (2010a). Landau-level mixing and the emergence of pfaffian excitations for the $\nu = 5/2$ fractional quantum hall effect. *Phys. Rev. Lett.*, 105:096802.
- [11] Wójs, A., Tóke, C., and Jain, J. K. (2010b). Global phase diagram of the fractional quantum hall effect arising from repulsive three-body interactions. *Phys. Rev. Lett.*, 105:196801.
- [12] Sreejith, G. J., Tóke, C., Wójs, A., and Jain, J. K. (2011). Bipartite composite fermion states. *Phys. Rev. Lett.*, 107:086806.
- [13] Wójs, A., Sreejith, G. J., Möller, G., Tóke, C., and Jain, J. K. (2011). Composite fermion description of the excitations of the paired pfaffian fractional quantum hall state. *Acta Phys. Polonica A*, 120:830.
- [14] Tóke, C. and Jain, J. K. (2009). Change in the character of quasiparticles without gap collapse in a model of fractional quantum hall effect. *Phys. Rev. B*, 80:205301.
- [15] Balram, A. C., Tóke, C., and Jain, J. K. (2015a). Luttinger theorem for the strongly correlated fermi liquid of composite fermions. *Phys. Rev. Lett.*, 115:186805.

Irodalmi hivatkozások

- [Amet et al., 2015] Amet, F., Bestwick, A. J., Williams, J. R., Balicas, L., Watanabe, K., Taniguchi, T., and Goldhaber-Gordon, D. (2015). Composite fermions and broken symmetries in graphene. *Nat. Commun.*, 6.
- [Bao et al., 2011] Bao, W., Jing, L., Velasco, J., Lee, Y., Liu, G., Tran, D., Standley, B., Aykol, M., Cronin, S. B., Smirnov, D., Koshino, M., McCann, E., Bockrath, M., and Lau, C. N. (2011). Stacking-dependent band gap and quantum transport in trilayer graphene. *Nat. Phys.*, 7(12):948–952.

- [Barlas et al., 2010] Barlas, Y., Côté, R., Lambert, J., and MacDonald, A. H. (2010). Anomalous exciton condensation in graphene bilayers. *Phys. Rev. Lett.*, 104:096802.
- [Barlas et al., 2008] Barlas, Y., Côté, R., Nomura, K., and MacDonald, A. H. (2008). Intralanda-level cyclotron resonance in bilayer graphene. *Phys. Rev. Lett.*, 101:097601.
- [Barlas et al., 2012] Barlas, Y., Côté, R., and Rondeau, M. (2012). Quantum hall to charge-density-wave phase transitions in *abc*-trilayer graphene. *Phys. Rev. Lett.*, 109:126804.
- [Bolotin et al., 2009] Bolotin, K., Ghahari, F., Shulman, M. D., Stormer, H., and Kim, P. (2009). Observation of the fractional quantum hall effect in graphene. *Nature*, 462:196–199.
- [Chae et al., 2012] Chae, J., Jung, S., Young, A. F., Dean, C. R., Wang, L., Gao, Y., Watanabe, K., Taniguchi, T., Hone, J., Shepard, K. L., Kim, P., Zhitenev, N. B., and Strosio, J. A. (2012). Renormalization of the graphene dispersion velocity determined from scanning tunneling spectroscopy. *Phys. Rev. Lett.*, 109:116802.
- [Choi et al., 2008] Choi, H. C., Kang, W., Das Sarma, S., Pfeiffer, L. N., and West, K. W. (2008). Activation gaps of fractional quantum hall effect in the second landau level. *Phys. Rev. B*, 77:081301.
- [Cooper et al., 1999] Cooper, K. B., Lilly, M. P., Eisenstein, J. P., Pfeiffer, L. N., and West, K. W. (1999). Insulating phases of two-dimensional electrons in high landau levels: Observation of sharp thresholds to conduction. *Phys. Rev. B*, 60:R11285–R11288.
- [Côté et al., 2010a] Côté, R., Lambert, J., Barlas, Y., and MacDonald, A. H. (2010a). Orbital order in bilayer graphene at filling factor $\nu = -1$. *Phys. Rev. B*, 82:035445.
- [Côté et al., 2010b] Côté, R., Luo, W., Petrov, B., Barlas, Y., and MacDonald, A. H. (2010b). Orbital and interlayer skyrmion crystals in bilayer graphene. *Phys. Rev. B*, 82:245307.
- [Côté et al., 2012] Côté, R., Rondeau, M., Gagnon, A.-M., and Barlas, Y. (2012). Phase diagram of insulating crystal and quantum hall states in *abc*-stacked trilayer graphene. *Phys. Rev. B*, 86:125422.
- [Das Sarma et al., 2005] Das Sarma, S., Freedman, M., and Nayak, C. (2005). Topologically protected qubits from a possible non-abelian fractional quantum hall state. *Phys. Rev. Lett.*, 94:166802.
- [Dean et al., 2011] Dean, C. R., Young, A. F., Cadden-Zimansky, P., Wang, L., Ren, H., Watanabe, K., Taniguchi, T., Kim, P., Hone, J., and Shepard, K. L. (2011). Multicomponent fractional quantum hall effect in graphene. *Nat. Phys.*, 7:693–696.
- [Du et al., 1999] Du, R., Tsui, D., Stormer, H., Pfeiffer, L., Baldwin, K., and West, K. (1999). Strongly anisotropic transport in higher two-dimensional landau levels. *Solid State Commun.*, 109(6):389 – 394.
- [Du et al., 2009] Du, X., Skachko, I., Duerr, F., Luican, A., and Andrei, E. Y. (2009). Fractional quantum hall effect and insulating phase of dirac electrons in graphene. *Nature*, 462(7270):192–195.
- [Eisenstein et al., 2002] Eisenstein, J. P., Cooper, K. B., Pfeiffer, L. N., and West, K. W. (2002). Insulating and fractional quantum hall states in the first excited landau level. *Phys. Rev. Lett.*, 88:076801.

- [Feldman et al., 2012] Feldman, B. E., Krauss, B., Smet, J. H., and Yacoby, A. (2012). Unconventional sequence of fractional quantum hall states in suspended graphene. *Science*, 337(6099):1196–1199.
- [Feldman et al., 2013] Feldman, B. E., Levin, A. J., Krauss, B., Abanin, D. A., Halperin, B. I., Smet, J. H., and Yacoby, A. (2013). Fractional quantum hall phase transitions and four-flux states in graphene. *Phys. Rev. Lett.*, 111:076802.
- [Fogler et al., 1996] Fogler, M. M., Koulakov, A. A., and Shklovskii, B. I. (1996). Ground state of a two-dimensional electron liquid in a weak magnetic field. *Phys. Rev. B*, 54:1853–1871.
- [Fukuyama et al., 1979] Fukuyama, H., Platzman, P. M., and Anderson, P. W. (1979). Two-dimensional electron gas in a strong magnetic field. *Phys. Rev. B*, 19:5211–5217.
- [González et al., 1999] González, J., Guinea, F., and Vozmediano, M. A. H. (1999). Marginal-fermi-liquid behavior from two-dimensional coulomb interaction. *Phys. Rev. B*, 59:R2474–R2477.
- [Haldane, 1983] Haldane, F. D. M. (1983). Fractional quantization of the hall effect: A hierarchy of incompressible quantum fluid states. *Phys. Rev. Lett.*, 51:605–608.
- [Jain, 1989] Jain, J. K. (1989). Composite-fermion approach for the fractional quantum hall effect. *Phys. Rev. Lett.*, 63:199–202.
- [Kamburov et al., 2014a] Kamburov, D., Liu, Y., Mueed, M., A., Shayegan, M., Pfeiffer, L., N., West, K., W., and Baldwin, K., W. (2014a). What determines the fermi wave vector of composite fermions? *Phys. Rev. Lett.*, 113:196801.
- [Kamburov et al., 2014b] Kamburov, D., Mueed, M. A., Shayegan, M., Pfeiffer, L. N., West, K. W., Baldwin, K. W., Lee, J. J. D., and Winkler, R. (2014b). Fermi contour anisotropy of gaas electron-flux composite fermions in parallel magnetic fields. *Phys. Rev. B*, 89:085304.
- [Klitzing et al., 1980] Klitzing, K. v., Dorda, G., and Pepper, M. (1980). New method for high-accuracy determination of the fine-structure constant based on quantized hall resistance. *Phys. Rev. Lett.*, 45:494–497.
- [Koulakov et al., 1996] Koulakov, A. A., Fogler, M. M., and Shklovskii, B. I. (1996). Charge density wave in two-dimensional electron liquid in weak magnetic field. *Phys. Rev. Lett.*, 76:499–502.
- [Laughlin, 1983] Laughlin, R. B. (1983). Anomalous quantum hall effect: An incompressible quantum fluid with fractionally charged excitations. *Phys. Rev. Lett.*, 50:1395–1398.
- [Lilly et al., 1999] Lilly, M. P., Cooper, K. B., Eisenstein, J. P., Pfeiffer, L. N., and West, K. W. (1999). Evidence for an anisotropic state of two-dimensional electrons in high landau levels. *Phys. Rev. Lett.*, 82:394–397.
- [Lin et al., 2014] Lin, X., Du, R. R., and Xie, X. C. (2014). Recent experimental progress of fractional quantum hall effect: 5/2 filling state and graphene. *National Science Review*, 1:564–579.
- [Liu et al., 2015] Liu, Y., Hasdemir, S., Shabani, J., Shayegan, M., Pfeiffer, L. N., West, K. W., and Baldwin, K. W. (2015). Multicomponent fractional quantum hall states with subband and spin degrees of freedom. *Phys. Rev. B*, 92:201101.

- [Liu et al., 2014] Liu, Y., Kamburov, D., Hasdemir, S., Shayegan, M., Pfeiffer, L. N., West, K. W., and Baldwin, K. W. (2014). Fractional quantum hall effect and wigner crystal of interacting composite fermions. *Phys. Rev. Lett.*, 113:246803.
- [Lu et al., 2012] Lu, T. M., Pan, W., Tsui, D. C., Lee, C.-H., and Liu, C. W. (2012). Fractional quantum hall effect of two-dimensional electrons in high-mobility si/sige field-effect transistors. *Phys. Rev. B*, 85:121307.
- [Moore and Read, 1991] Moore, G. and Read, N. (1991). Nonabelions in the fractional quantum hall effect. *Nucl. Phys. B*, 360:362 – 396.
- [Nayak et al., 2008] Nayak, C., Simon, S. H., Stern, A., Freedman, M., and Das Sarma, S. (2008). Non-abelian anyons and topological quantum computation. *Rev. Mod. Phys.*, 80:1083–1159.
- [Novoselov et al., 2005] Novoselov, K. S., Geim, A. K., Morozov, S. V., Jiang, D., Katsnelson, M. I., Grigorieva, I. V., Dubonos, S. V., and Firsov, A. A. (2005). Two-dimensional gas of massless dirac fermions in graphene. *Nature*, 438(7065):197–200.
- [Novoselov et al., 2006] Novoselov, K. S., McCann, E., Morozov, S. V., Fal’ko, V. I., Katsnelson, M. I., Zeitler, U., Jiang, D., Schedin, F., and Geim, A. K. (2006). Unconventional quantum hall effect and berry’s phase of $2[\pi]$ in bilayer graphene. *Nat. Phys.*, 2(3):177–180.
- [Paalanen et al., 1982] Paalanen, M. A., Tsui, D. C., and Gossard, A. C. (1982). Quantized hall effect at low temperatures. *Phys. Rev. B*, 25:5566–5569.
- [Pan et al., 1999] Pan, W., Xia, J.-S., Shvarts, V., Adams, D. E., Stormer, H. L., Tsui, D. C., Pfeiffer, L. N., Baldwin, K. W., and West, K. W. (1999). Exact quantization of the even-denominator fractional quantum hall state at $\nu = 5/2$ landau level filling factor. *Phys. Rev. Lett.*, 83:3530–3533.
- [Pan et al., 2008] Pan, W., Xia, J. S., Stormer, H. L., Tsui, D. C., Vicente, C., Adams, E. D., Sullivan, N. S., Pfeiffer, L. N., Baldwin, K. W., and West, K. W. (2008). Experimental studies of the fractional quantum hall effect in the first excited landau level. *Phys. Rev. B*, 77:075307.
- [Park and Jain, 1999] Park, K. and Jain, J. K. (1999). Spontaneous magnetization of composite fermions. *Phys. Rev. Lett.*, 83:5543–5546.
- [Piot et al., 2010] Piot, B. A., Kunc, J., Potemski, M., Maude, D. K., Betthausen, C., Vogl, A., Weiss, D., Karczewski, G., and Wojtowicz, T. (2010). Fractional quantum hall effect in cdte. *Phys. Rev. B*, 82:081307.
- [Son, 2015] Son, D. T. (2015). Is the composite fermion a dirac particle? *Phys. Rev. X*, 5:031027.
- [Stern and Halperin, 2006] Stern, A. and Halperin, B. I. (2006). Proposed experiments to probe the non-abelian $\nu = 5/2$ quantum hall state. *Phys. Rev. Lett.*, 96:016802.
- [Stormer, 1999] Stormer, H. L. (1999). Nobel lecture: The fractional quantum hall effect. *Rev. Mod. Phys.*, 71:875–889.

- [Tsui et al., 1982] Tsui, D. C., Stormer, H. L., and Gossard, A. C. (1982). Two-dimensional magnetotransport in the extreme quantum limit. *Phys. Rev. Lett.*, 48:1559–1562.
- [Tsukazaki et al., 2010] Tsukazaki, A., Akasaka, S., Nakahara, K., Ohno, Y., Ohno, H., Maryenko, D., Ohtomo, A., and Kawasaki, M. (2010). Observation of the fractional quantum hall effect in an oxide. *Nat. Mater.*, 9(11):889–893.
- [Willett et al., 1987] Willett, R., Eisenstein, J. P., Störmer, H. L., Tsui, D. C., Gossard, A. C., and English, J. H. (1987). Observation of an even-denominator quantum number in the fractional quantum hall effect. *Phys. Rev. Lett.*, 59:1776–1779.
- [Xia et al., 2004] Xia, J. S., Pan, W., Vicente, C. L., Adams, E. D., Sullivan, N. S., Stormer, H. L., Tsui, D. C., Pfeiffer, L. N., Baldwin, K. W., and West, K. W. (2004). Electron correlation in the second landau level: A competition between many nearly degenerate quantum phases. *Phys. Rev. Lett.*, 93:176809.
- [Yeh et al., 1999] Yeh, A. S., Stormer, H. L., Tsui, D. C., Pfeiffer, L. N., Baldwin, K. W., and West, K. W. (1999). Effective mass and g factor of four-flux-quanta composite fermions. *Phys. Rev. Lett.*, 82:592–595.
- [Zhang et al., 2012] Zhang, F., Tilahun, D., and MacDonald, A. H. (2012). Hund’s rules for the $n = 0$ landau levels of trilayer graphene. *Phys. Rev. B*, 85:165139.
- [Zhang et al., 2005] Zhang, Y., Tan, Y.-W., Stormer, H. L., and Kim, P. (2005). Experimental observation of the quantum hall effect and berry’s phase in graphene. *Nature*, 438(7065):201–204.
- [Zou et al., 2013] Zou, K., Zhang, F., Clapp, C., MacDonald, A. H., and Zhu, J. (2013). Transport studies of dual-gated abc and aba trilayer graphene: Band gap opening and band structure tuning in very large perpendicular electric fields. *Nano Letters*, 13(2):369–373. PMID: 23336322.